

PROIECT DE TEHNOLOGIE DIDACTICĂ

Cadrul didactic: Țurcanu Tatiana , grad didactic doi

Data: 04.12.2023

Instituția de învățământ: LLMTI ”SOCRATE”

Clasa: X-a R

Disciplina: Matematica.

Domeniul: Aplicații ale trigonometriei în geometrie.

Tema : Relații metrice în triunghi. Teorema sinusurilor și cosinusurilor. Aplicații.

Tipul lecției: Lecție de formare/dezvoltare a competențelor de achiziționare a cunoștințelor.

Timp: 45 min.

Competențe specifice:

C_1 : Analiza rezolvării unei probleme, situații-problemă în contextul corectitudinii, al simplității, al clarității și al semnificației rezultatelor, dezvoltând spiritul de obiectivitate și de imparțialitate.

C_2 : Extrapolarea achizițiilor matematice dobândite pentru a identifica și explica procese, fenomene din diverse domenii, utilizând concepte și metode matematice în abordarea diverselor situații.

C_3 : Elaborarea strategiilor și proiectarea activităților pentru rezolvarea unor probleme teoretice și/sau practice, dezvoltând capacitatea de a aprecia rigoarea, ordinea și eleganța în arhitectura rezolvării unei probleme.

Subcompetențe:

S_1 : Recunoașterea în diverse enunțuri și utilizarea în rezolvări de probleme a formulelor de calcul a ariilor triunghiului, patrulaterelor, discului.

S_2 : Alegerea reprezentărilor geometrice adecvate în vederea calculului lungimilor de segmente, măsurilor de unghiuri și de arii.

S₃: Utilizarea algoritmilor de calcul a ariilor figurilor geometrice plane în alte domenii (fizică, geografie, biologie, istorie etc.).

S₄ : Justificarea unui demers sau rezultat matematic obținut sau indicat cu figuri geometrice, recurgând la argumentări.

Obiective operaționale:

La sfârșit de lecție elevii vor fi capabili:

O₁ Să identifice terminologia și notațiile aferente ariei triunghiului în contextul propus.

O₂ Să analizeze rezolvarea unei probleme cu ajutorul formulei în contextual corectitudinii, al simplității, al clarității rezultatelor.

O₃ Să aleagă o formulă adecvată de rezolvare a problemei propuse.

O₄ Să aprecieze importanța utilizării formulelor de calculare a ariei triunghiurilor la rezolvarea problemelor, situației-problemă reale.

O₅ : Să efectueze calcule trigonometrice în diverse context , utilizând tabele cu valori , formule, instrumente TIC.

Strategii didactice:

a) **metode:** argumentare , concluzia, deducția, exercițiu, observație, Aplicația Geogebra.org;
Tabla Interactivă , problematizarea, sinteză integrate;

b) **mijloace:** I. Achiri, P. Efros; V. Garit ; N. Prodan; Matematică. „, Manual pentru clasa a X-a”,
„Matematică.Ghid pentru profesori”,
„Culegere de exerciții și probleme pentru clasa a X-a”, Victor Iavorschi;
fișe, tablă interactivă (aplicații)

c) **forme de organizare:** frontal , individual, în grup.

Evaluare: întrebări orale sau scrise, orală ; Test Quizz

DESFĂȘURAREA LECȚIEI

Nr. Crt.	ETAPELE LECȚIEI	OB. OPER.	CONȚINUTUL LECȚIEI	METODE ȘI PROCEDEE	FORME DE ORGANIZARE
1.	Moment organizatoric		Asigurarea condițiilor optime pentru desfășurarea lecției (curățenie, lumină). Verificarea prezenței.	Conversația	
2.	Captarea atenției	O1, O2	Verificarea frontală a temei calitativ și cantitativ. Prezentarea la tablă a rezolvării unei probleme practice cu aplicația teoremelor fundamentate .	Conversația Demonstrația Explicația	
3.	Anunțarea temei și a obiectivelor		Vom rezolva diverse probleme cu ajutorul <i>Teoremei cosinusului</i> și <i>Teoremei Sinusului</i> cât și alte cunoștințe din geometrie.	Conversația Problematizarea	
4.	Reactualizarea cunoștințelor	O2	Întrebare: Care sunt teoremele și noțiunile cu ajutorul cărora putem rezolva un triunghi. Răspuns: Dacă triunghiul este dreptunghic avem relații metrice și elemente de trigonometrie, iar dacă triunghiul este oarecare, teorema sinusurilor și cosinusurilor . Un elev este invitat să completeze la tablă să enunțe teorema sinusurilor și teorema cosinusurilor .	Conversația Explicația	
5.	Prezentarea conținutului și dirijarea învățării	O2 O4	<p>Teorema cosinusului. În orice triunghi ABC are loc relația $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$</p> <p>Demonstrația analitică. Fie $CD \perp AB$.</p> <p>În triunghiul $\triangle ABC$ ($m(\sphericalangle D) = 90^\circ$)</p> $\Rightarrow \cos A = \frac{AD}{AC} \Rightarrow$ $\Rightarrow AD = AC \cdot \cos A \Rightarrow AD = b \cdot \cos A$ <p>Aplicăm Teorema lui Pitagora în $\triangle DBC$</p> $(m(\sphericalangle D) = 90^\circ) \Rightarrow BC^2 = BD^2 + DC^2$ <p style="text-align: center;"><small>T. Pitagora</small></p> <p>Din $\triangle ADC$ ($m(\sphericalangle D) = 90^\circ$) = avem:</p> $DC^2 = AC^2 - AD^2 \Rightarrow DC^2 = b^2 - AD^2.$ <p>Deci</p> $a^2 = DC^2 + DB^2 = b^2 - AD^2 + DB^2 = b^2 - AD^2 + (c - AD)^2 =$		

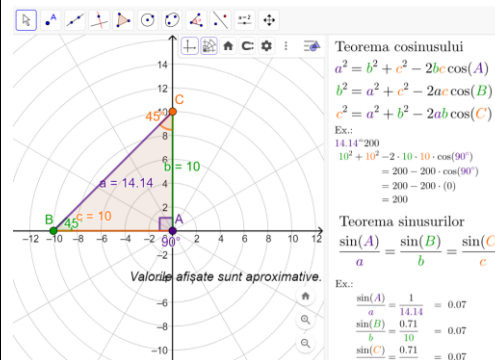
		$= b^2 - AD^2 + c^2 - 2c \cdot AD + AD^2 = b^2 + c^2 - 2cb \cos A \text{ (q.e.d.)}$	
O3	Din Teorema cosinusului se deduc formulele		
O4		$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$ $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$ $\cos C = \frac{b^2 + a^2 - c^2}{2ab}$	
	Exemplu 1. $a = \sqrt{2}; b = 2; B = 45^\circ$. Aflați celelalte elemente ale triunghiului.		
	Rezolvare. Din teorema sinusurilor avem		
		$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$	
		$\frac{\sqrt{2}}{\sin A} = \frac{2}{\sin B} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{\sin A} = \frac{2}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow \sin A = \frac{\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow A = 30^\circ$	
		$A + B + C = 180^\circ \Rightarrow C = 105^\circ$	
O5	Aplicăm Teorema cosinusului ca să aflăm c		
O6		$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$ $4 = 2 + c^2 - 2 \cdot \sqrt{2} \cdot c \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow c^2 - 2c - 2 = 0$ $\Rightarrow c_1 = 1 + \sqrt{3}; c_2 = 1 - \sqrt{3}, c_2 \text{ nu convine.}$	
	Exemplul 2. "Jocul Cuadrantelor"		
	Enunț: Un triunghi ABC este plasat în primul cadran al unui sistem de coordonate. Știm că $\angle BAC = 45^\circ$ iar $AC = 10$ unități. Găsiți coordonatele punctelor A, B și C, știind că B se află pe axa x, iar C pe axa y.		

Propun să vizualizăm rezolvarea acestei probleme în aplicația Geogebra.Org unde putem vizualiza și alte cazuri ce se întâmplă cu schimbarea dimensiunilor unui unghi sau a unei laturi (reprezentarea în diverse cadrane etc) .

<https://www.geogebra.org/classic/zndbjau4>

Vom observa ce se întâmplă cu coordonatele punctelor în diverse contexte.

(model atașat)



Exemplul 3: "Turnul Înclinat"

Imaginează-ți că te afli la baza unui turn înclinat. Distanța orizontală de la tine la vârful turnului este de

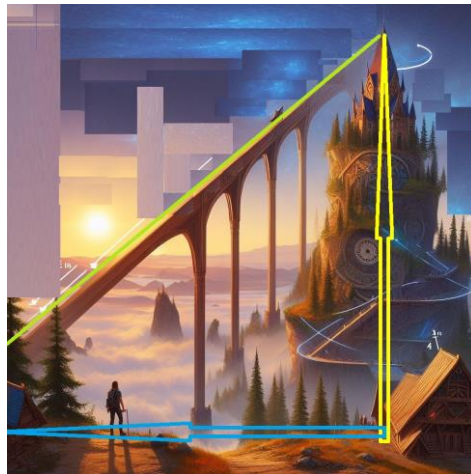
$$\log_x 900 = 2$$

metri, iar înălțimea turnului este de

$$\sqrt[3]{8} + \sqrt[4]{64} + \sqrt[3]{729}$$

metri. Calculează unghiul de înclinare al
turnului și distanța verticală de la tine la vârful.

Deducere: (ilustrație imaginară – generate în Microsoft Bing)

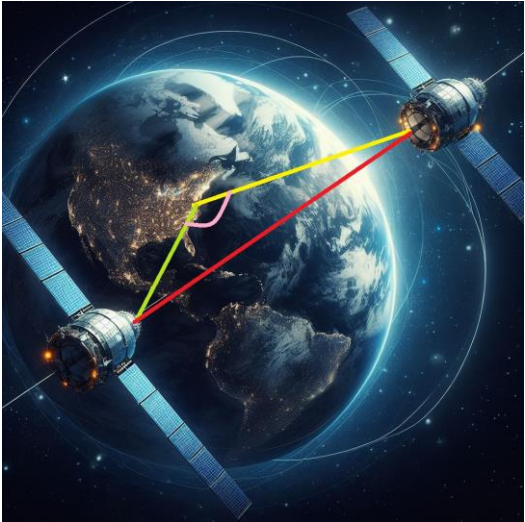


$$\log_x 900 = 2 \quad x=30 \quad ;$$

$$h = \sqrt[3]{8} + \sqrt[4]{64} + \sqrt[3]{729}; \quad h=15;$$

Exemplul 3: "Triunghiurile Satelitului"

Enunț: Doi sateliți se află pe orbită în jurul Pământului. Satelitul A este la o altitudine de 500 km, iar satelitul B la o altitudine de 600

			<p>km. Calculează distanța orizontală dintre cele două sateliți dacă unghiul dintre distanțe este 120°.</p>  <p>Indicație (se aplică teorema cosinusurilor) .</p>		
6.	Asigurarea feed-back-ului	O1,O4	Din fișa de lucru elevii vor rezolva problemele 2 și 5/II	Muncă independentă	
7.	Fixarea cunoștințelor		Se recapitulează împreună cu elevii tema studiată .	Conversația	
8.	Evaluarea		Aprecierea elevilor care s-au remarcat în timpul lecției Haideți să ne autoapreciem .	Conversația	
9.	Tema		Fișa de lucru II / 3, 4 (atașez pe studii.md)		

FIȘA DE LUCRU

I. Rezolvați problemele:

1) Triunghiul ABC are măsura unghiului de 90° , $AB = 5\text{cm}$ și $\sin C = \frac{3}{5}$. Aflați $BC, AC, \sin B, \text{ctg } C$, înălțimea corespunzătoare ipotenuzei, perimetrul triunghiului și aria.

2) Un stâlp a fost rupt de vânt la o înălțime de 2 m față de sol. Vârful său atinge acum pământul la o distanță de 6,5 m față de baza stâlpului. Care a fost înălțimea stâlpului înainte de a se rupe?

II. Fiind date următoarele elemente în triunghiul ABC , să se afle celelalte elemente ale triunghiului:

1. $a = \sqrt{2}, b = 2, B = 45^\circ$;

2. $a = 3\sqrt{6}, b = 6, B = 120^\circ$;

3. $b = 20, c = 30, A = 60^\circ$;

4. $a = 8, B = 45^\circ, A = 60^\circ$;

5. $a = 7, b = 5, c = 6$.

Problemă aplicată: "Misiune de Salvare Montană"

Enunț: Un echipaj de salvare se află la baza unui munte înalt. O persoană rătăcită se află la o altitudine de 400 de metri și este observată sub un unghi de 30° față de orizontală. Echipajul de salvare dorește să stabilească distanța orizontală până la persoana rătăcită pentru a planifica misiunea de salvare. Calculează această distanță.

